

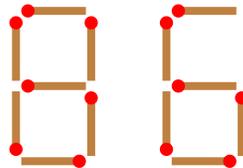
Klassenstufe 5–6

*Die Bewertung hängt neben der Korrektheit auch von der Qualität der Begründungen und der Beschreibung der Lösungswege ab. Auch Ansätze werden belohnt.
Nutzung von Smartphone oder Taschenrechner ist nicht erlaubt.*

Aufgabe 1:

(6 Punkte)

Wir betrachten die Zahl 86 aus Streichhölzern gelegt:



- Wie kann man durch Umlegen zweier Hölzchen eine möglichst große Zahl legen?
- Wie kann man durch Umlegen zweier Hölzchen eine möglichst kleine Zahl legen?

(Wir betrachten nur Ziffern des Dezimalsystems im „Siebensegmentformat“ wie auf alten Digitalanzeigen:



keine Rechnungen, keine ungewöhnlichen Symbole (übliche Zeichen zum Darstellen einer Zahl wie etwa Kommata sind jedoch OK) und schauen das Bild nicht auf dem Kopf an.)

Lösung:

- 951
- 99

Aufgabe 2:

(6 Punkte)

Zum Fußballtraining sind acht Kinder gekommen, deren Trikots die Rückennummern 1, 2, 3, 5, 6, 8, 9 und 10 tragen. Sie vereinbaren in 4er-Teams gegeneinander zu spielen, so dass die Summen der Nummern beider Teams gleich ist. Wie viele verschiedene Paarungen gibt es?

Lösung:

Die Summe der Rückennummern ist 44. Die Summe der Rückennummern für jedes Team beträgt daher 22.

Wir suchen nun durch Fallunterscheidung, welche Teams möglich sind, in denen die 10 mitspielt und deren Rückennummern sich zu 22 aufsummieren. Jedes solches Team gibt zusammen mit dem Team, das aus den jeweils anderen Spielern besteht, eine Paarung. Es ergeben sich damit diese Paarungen:

- $1 + 2 + 9 + 10 = 22$ und $3 + 5 + 6 + 8 = 22$
- $1 + 3 + 8 + 10 = 22$ und $2 + 5 + 6 + 9 = 22$
- $1 + 5 + 6 + 10 = 22$ und $2 + 3 + 8 + 9 = 22$

Das bedeutet, es gibt drei verschiedene Paarungen.

Aufgabe 3:

(6 Punkte)

Der Tag der Mathematik findet am 13.07.2024 statt. Kann man

- a) die Ziffern 1,3, 0, 7, 2, 0, 2, 4 so zu einer achtstelligen Zahl – also darf sie nicht mit einer Null beginnen – anordnen, dass diese durch 3 teilbar ist?
- b) die Ziffern von Monat und Jahr, also die Ziffern 0, 7, 2, 0, 2, 4 so zu einer sechsstelligen Zahl anordnen, dass diese eine Quadratzahl ist?

Begründet eure Antworten!

Lösung:

- a) Nein, da jede solche Zahl die Quersumme 19 hat und 19 nicht durch 3 teilbar ist. Also ist die Zahl selbst auch nicht durch 3 teilbar.
- b) Nein, da jede solche Zahl die Quersumme 15 hat und 15 durch 3 teilbar ist, aber nicht durch 9. In einer Quadratzahl müsste jedoch jeder Primfaktor mit einer geraden Potenz vorkommen.

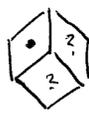
Aufgabe 4:

(6 Punkte)

Bei einem Würfel ist die Augensumme für je zwei gegenüberliegenden Seiten gleich 7.



Wie viele Möglichkeiten gibt es, den Würfel so zu halten, dass das Bild und die jeweilige Bedingung erfüllt ist?

- a)  Zwei gerade Zahlen sind sichtbar.

- b)  Eine Zahl ist 5.

- c)  Die Summe der sichtbaren Zahlen ist 7.

Lösung:

- a) Genau 1 Möglichkeit: (1, 2, 4).
- b) Keine Möglichkeit (5 liegt der 2 gegenüber).
- c) Genau 1 Möglichkeit: (1, 2, 4).

Aufgabe 5:

(6 Punkte)

Die Kinder der 6b verkaufen auf dem Schulhof selbstgemachte Limonade. Aus einem großen Behälter können sie Limonade in zwei Messbecher mit 200 und 300 ml Inhalt füllen.

Svenja möchte gerne 100 ml Limonade in ihr Glas. Also füllt Anton den großen Becher und dann aus diesem den kleinen Becher, denn dadurch bleiben im großen Becher 100 ml Limonade übrig, die er in Svenjas Glas gießt. Den vollen kleinen Becher entleert er wieder in den großen Behälter.

Die Mathelehrerin sieht es und überlegt sich zwei Aufgaben dazu:

- a) Wie können die Kinder vorgehen, um ein Glas mit 100 ml Limonade zu füllen, wenn nur zwei Becher mit 500 ml und 700 ml zur Verfügung stehen?
- b) Geht es auch mit einem 400 ml und einem 600 ml Becher?

Lösung:

- a) Ja, es geht:
 - Fülle den großen (700 ml) Becher und aus diesem den kleinen (500 ml) Becher. Es bleiben 200 ml im großen Becher.
 - Entleere den kleinen Becher und schütte den Inhalt des großen Becher in den kleinen: nun sind 200 ml im kleinen Becher
 - Wiederhole den Vorgang: Fülle den großen Becher und aus diesem den kleinen Becher. Es bleiben 400 ml im großen Becher.
 - Entleere den kleinen Becher und schütte den Inhalt des großen Becher in den kleinen: nun sind 400 ml im kleinen Becher
 - Wiederhole den Vorgang nochmals: Fülle den großen Becher und aus diesem den kleinen Becher. Es bleiben 600 ml im großen Becher.
 - Entleere den kleinen Becher und schütte den Inhalt des großen Becher in den kleinen: es bleiben 100 ml im großen Becher.
- b) Nein, es geht nicht: egal wie umgeschüttet wird, es sind in beiden Bechern jeweils ganze Vielfache von 200 ml.

Aufgabe 6:**(6 Punkte)**

Wir wollen Freundschaftsbänder herstellen. Diese sollen aus jeweils 5 Stückchen Schnur bestehen, die aneinandergeschlungen werden. (Die Knoten machen wir so klein, dass wir sie nicht mehr sehen. Die Schnüre sind alle gleich lang und haben die gleiche Struktur. Sie unterscheiden sich nur in ihrer Farbe. Die Richtung, in der wir die Schnüre einknoten, ist nicht erkennbar.) Wie viele mögliche, verschiedene Armbänder gibt es, wenn

- a) wir fünf verschiedene Farben zur Auswahl haben und jede an jedem Armband vorkommen soll?
- b) wir sieben verschiedene Farben zur Auswahl haben und keine an einem Armband doppelt vorkommen soll?
- c) wir nur die Farben weiß, schwarz und grün zur Verfügung haben und an jedem Armband zwei von einer, zwei von einer anderen und eine von der verbliebenen Farbe vorkommen soll?

Lösung:

a) $5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 / (2 \cdot 5) = 12$

b) $7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 / (2 \cdot 5) = 252$

c) $3 \cdot (1 + 1 + 2) = 12$